Revista STUDIUM VERITATIS, Año 16, N. 22, 2018 (pp. 105-136)

UN DESAFÍO PARA EL DOCENTE: LA MODELACIÓN MATEMÁTICA CONTEXTUALIZADA

Caso aplicado a conminución de sólidos

*William Cesar Santos Tello**

Universidad Católica Sedes Sapientiae

wsantos@ucss.edu.pe

Fecha de recepción: mayo de 2018 **Fecha de aceptación:** diciembre de 2018

Resumen: Actualmente, los programas de ingeniería de la gran mayoría de universidades peruanas existe una gran desvinculación entre los cursos de ciencias básicas (hoy llamados estudios generales, según el Artículo N. 41 de la nueva Ley Universitaria 30220) y los cursos de ingeniería según la especialidad, razón por la cual se presenta el siguiente trabajo de investigación, el cual tiene como principal objetivo proponer una estrategia didáctico-metodológico que le permita al docente estructurar de modo sistemático la habilidad de modelar matemáticamente problemas del mundo real contextualizándolos, ya que los estudiantes universitarios en un futuro

* **William Cesar Santos Tello** es ingeniero químico titulado graduado de la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI). Es egresado de la Maestría en Educación con Mención en Docencia Universitaria graduado de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (UNMSM). Posee las siguientes especializaciones: Software para Ingeniería de Procesos (UNI), Pruebas y ensayos para control de calidad en la industria plástica (APIPLAST), Formación de Auditores de Sistemas Integrados de Gestión (Colegio de Ingenieros del Perú). Actualmente ejerce la docencia en la Universidad Católica Sedes Sapientiae (UCSS) para los cursos de Física 1, Física 2, Termodinámica y Operaciones Unitarias, Mecánica y Resistencia de Materiales, Matemática Básica 1 y Conceptos Matemáticos. Es también ponente y articulista.

no muy lejano se insertarán en un mundo laboral altamente cambiante y competitivo en donde tendrán que dar solución a problemas reales. De esa manera, se pretende afianzar los aprendizajes en los estudiantes universitarios a su área específica de conocimiento, ya que cuando ellos se enfrentan a situaciones que le atañan a su profesión es cuando comienzan a comprender la importancia de los cursos de ciencias básicas y finalmente el aprendizaje significativo se da cuando ellos logran vincular dichos conocimientos con la realidad en su respectivo ámbito profesional. Es así como en este artículo se presentan situaciones contextualizadas, como parte de mi periplo en la enseñanza universitaria, específicamente en la asignatura de Operaciones Unitarias que se imparte en la especialidad de Ingeniería Industrial de la Universidad Católica Sedes Sapientiae, se aborda el tema de conminución de sólidos, aplicando la estrategia de modelación matemática contextualizada, dentro del marco de un problema real que se da en la industria.

Palabras clave: Contextualización, vinculación, matemática, modelación, ingeniería.

A CHALLENGE FOR THE TEACHER: THE CONTEXTUALIZED MATHEMATICAL MODELING. CASE APPLIED TO CONNECTION OF SOLIDS

Abstract: Currently the engineering programs of the vast majority of Peruvian universities there is a great decoupling between basic science courses (today called general studies —according to Article N. 41 of the new University Law 30220) and engineering courses according to the specialty, This is the reason why the following research work is presented, which has as its main objective to propose a didactic - methodological strategy that allows the teacher to systematically structure the ability to mathematically model real — world problems by contextualizing them, since the university students in a future not too distant will be inserted in a highly changing and competitive work world where they will have to solve real problems. In this way, it is intended to consolidate the learning of university students to their specific area of knowledge. Since when they face situations that concern their profession is when they begin to understand the importance of basic science courses and finally significant learning occurs when they manage to link such knowledge with reality in their respective professional field. This is how contextualized situations are presented in this article, as part of my journey in university education, specifically in the subject of Unit Operations of the one taught in the specialty of Industrial Engineering of the Catholic University Sedes Sapientiae (UCSS), the subject is approached of solid comminution, applying the strategy of contextualized mathematical modeling, within the framework of a real problem that occurs in the industry.

Keywords: Contextualization, linkage, mathematics, modeling, engineering.

No hay rama de la matemática, por abstracta que sea, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real.
Nikolai Ivanovich Lobachevski

1. Introducción

1.1. Modelación Matemática

La realidad aparece muchas veces ante nosotros representada mediante un modelo, el cual constituye un arquetipo o abstracción del mundo real. Partiendo de ese punto, desde el campo de la ingeniería, la Modelación Matemática (MM) es un intento de dar a conocer la realidad en simbología matemática. Esta contiene elementos tomados del cálculo, la geometría, el álgebra y otros campos análogos. En la Figura 1 se ilustra el proceso de modelado:

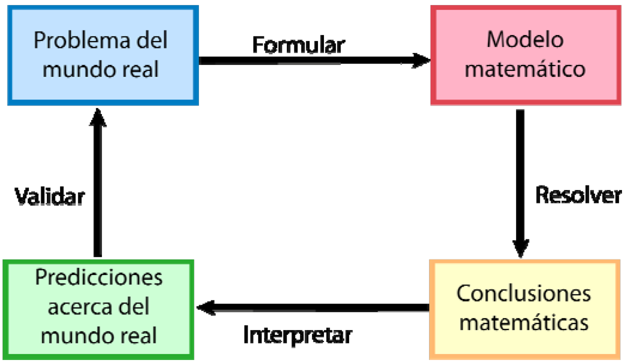

Figura 1. Proceso de modelado. Tomado de "Cálculo. Trascendentes tempranas". por J. Stewart, 2002, p. 1191. México: Thomson Learning.

Ahora bien, la primera tarea, en la modelación matemática, es la formulación de un arquetipo matemático, por lo que se deben identificar y nombrar las variables, formular las hipótesis para simplificar el fenómeno

Revista STUDIUM VERITATIS, Año 16, N. 22, 2018 (pp. 105-136)

de manera tal que permita su abordaje desde el ámbito de la matemática. El proceso anterior permite verificar el conocimiento de las habilidades matemáticas y de la situación física para conseguir la relación entre las variables. Cuando no se disponga de una ley física se debe revisar una colección de datos a fin de identificar patrones, interpretarlos numérica, gráfica e, incluso, algebraicamente.

1.2. Papel de la Modelación Matemática en la formación de los ingenieros

Un modelo matemático no es una representación total de la realidad. Más bien, es una idealización, ya que simplifica el hecho real para formularlo en lenguaje matemático, lo que garantiza la obtención de conclusiones relevantes. La segunda etapa consiste en la aplicación de las técnicas del modelado matemático para llegar a conclusiones. En la tercera, las conclusiones matemáticas son interpretadas como conocimiento del fenómeno de la realidad, a fin de generar explicaciones o predicciones. El último paso consiste en validar las predicciones, en el caso de que no se ajusten a la realidad, se debe redefinir el modelo o reformular uno nuevo, luego se reinicia el ciclo. Entonces, para construir un modelo matemático (Fraga & Calderon, 2001), se debe seguir una estrategia de modelamiento, la cual sigue una ruta definida y desglosada en pasos sistemáticos, que constituyen un orden lógico y consistente.

1.3. Las matemáticas en los programas de la carrera de Ingeniería

Camarena (2012) expresa que los estudiantes de la carrera de Ingeniería no encuentran sentido o utilidad del aprendizaje de las matemáticas, por cuanto su enseñanza no está articulada con situaciones ocurridas en las industrias a lo largo de su formación en esta área. Además, las actividades propuestas en los cursos de matemáticas y en los textos orientadores abordan situaciones artificiales que no permiten trasladar al campo de acción al futuro ingeniero. Por todo ello, se hace necesaria la aplicación de la Modelación Matemática que garantice el desarrollo de habilidades aplicables a situaciones cotidianas de la industria y que en el ejercicio profesional se evidencien su aplicabilidad en la solución de situaciones reales de su área de trabajo. Por otro lado, no se explica el modo de integrarse en el currículo de las carreras de ingeniería y quién debe ser el responsable de asumir la responsabilidad de su aplicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Entonces, las matemáticas en contexto están orientadas al desarrollo de los cursos del área articulados con la realidad vivida en las industrias, lo que permitiría la descripción de problemas relacionados a la ingeniería y situaciones particulares de este campo disciplinar.

Además, Camarena, Trejo y Trejo (2013) plantean que la universidad y las carreras de ingeniería deben proponer a sus estudiantes una visión general e integral de este campo. Para ello, sería necesario reorganizar los contenidos y la metodología de enseñanza de la matemática, a fin de desarrollar habilidades innovadoras y creativas en la solución de problemas y manejo de herramientas utilitarias en el ejercicio profesional del futuro ingeniero. Ambos autores convergen en la idea de plantear un nuevo enfoque y abordaje de las matemáticas en las distintas especialidades de la ingeniería.

1.4. La Modelación Matemática como instrumento didáctico

Los resultados alcanzados por Nejad y Bahmei (2012) en relación con la Modelación Matemática muestran que su aplicación es efectiva, por cuanto promueve el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas. En ese sentido, las universidades tienen la responsabilidad de enseñar la modelación matemática a sus estudiantes para que, al aplicarse este modelo en una determinada asignatura, se garantice el aprendizaje y el desarrollo de habilidades necesarias para el futuro profesional en Ingeniería. Por ello, la MM aplicada en el aula estimula la reflexión y el análisis, lo cual facilitará la solución de un problema basado en una situación de la industria, y su éxito en la enseñanza está determinado por habilidades vitales presentes en los estudiantes tales como enfoque lógico, claridad de pensamiento, buena idea de los datos, capacidad comunicativa y motivación por la realización de una tarea.

Por otro lado, Obando, Sánchez, Muñoz y Villa-Ochoa (2013) señalan que la MM es un dispositivo y un proceso académico que presenta distintas ventajas en el aula. Las cuales contribuyen a la formación del estudiante de ingeniería y son las que siguen: (a) apoya al estudiante en la comprensión del escenario en el cual se aplica, (b) fortalece el aprendizaje de las matemáticas, (c) estimula habilidades actitudinales y (d) contribuye a una mejor visión de esta disciplina.

Asimismo, Rendón-Mesa y Esteban (2013) plantean que es pertinente considerar la Modelación Matemática como una herramienta de aprendizaje del futuro profesional en ingeniería en el área de las matemáticas, ya que permite que el estudiante asuma una realidad propuesta y tenga la capacidad de aplicar lo aprendido en un contexto situacional del campo ingenieril. Asimismo, es vital que, en este proceso formativo, las actividades estén orientadas al conocimiento de las situaciones de la industria a fin de garantizar el despliegue de capacidades. Por ello, la MM es un instrumento para el alumno que promueve la matematización de la realidad representada a fin de acercarse a los problemas a los que se enfrentará una vez que haya concluido su formación académica.

Otra propuesta la realizan Romo-Vásquez, A., Romo-Vásquez, R. y Vélez-Pérez (2012), quienes proponen la creación de estrategias didácticas de la MM, la construcción y el reacondicionamiento de modelos existentes antes

Revista STUDIUM VERITATIS, Año 16, N. 22, 2018 (pp. 105-136)

de la adaptación de los diseños curriculares de las asignaturas de ingeniería a los contextos situacionales de las industrias. Asimismo, Gómez (2008) resalta la relevancia que tiene la inserción de la MM en las carreras de ingeniería, porque el aprendizaje se centra en el estudiante y así cumple un rol activo en el aula de clases. Mientras Romo-Vásquez (2014) considera elementos teóricos-metodológicos en las actividades de aprendizaje de los cursos de formación profesional en ingeniería. Por ejemplo, cambia los objetivos por competencias, a fin de que el alumno modele experiencias de la vida real.

2. Metodología

Teniendo como base los estudios propuestos por Brito-Vallina, Alemán-Romero, Fraga-Guerra, Para-García y Arias-de Tapia (2011), así como también los de Deiros y Álvarez Sánchez (2002), es necesario seguir una trayectoria bien definida y desglosada en diferentes pasos adecuadamente ordenados, los cuales constituyen un enfoque lógico y consistente. La estrategia metodológica de la modelación matemática propuesta en este artículo es una sistematización de los dos estudios anteriormente mencionados, los cuales se estructuran mediante cinco pasos que debe seguir el docente, los cuales se detallan a continuación:

2.1. Contextualización

La contextualización implica vincular un problema real con la teoría del curso que se va a enseñar, definiendo claramente el problema y sus objetivos. Por ello, previamente, lo más recomendable es que el docente haya desarrollado en clase la teoría que gobierna el problema con la finalidad de hacer más sencilla la asimilación por parte del estudiante. Así también logrará que este se motive al acercarse a situaciones y problemas de la realidad durante su formación profesional en la universidad.

2.2. Formulación del problema

La formulación se refiere a la acción de describir la situación física del problema en términos netamente matemáticos (matematización), mediante ecuaciones y/o relaciones matemáticas. Ello implica que el docente debe conocer la clasificación de los modelos matemáticos, ya que existe una gran variedad. Para tal fin, deberá identificar las variables, los parámetros de los modelos a usar, así como los supuestos y las asunciones del problema en contexto.

2.3. Solución de los modelos matemáticos

La solución del problema o el proceso matemático obtenido implicará el uso de varias herramientas. Estas son las que siguen: tablas, gráficas, regresiones lineales, ecuaciones diferenciales, estadística, investigación de operaciones. En otras palabras, la preferencia por una herramienta dependerá de la naturaleza del modelo que se esté empleando.

2.4. Validación e Interpretación de los resultados

Cabe resaltar que es importante desarrollar en la práctica docente, no solo el hecho de modelar el problema, sino contrastar dichos resultados obtenidos con los esperados del problema real. Este proceso implica la participación del docente en la interpretación de los resultados, así como la verificación de la coherencia de estos con la realidad. Cabe resaltar la importancia de dicho procedimiento dentro de la metodología aplicada.

2.5. Análisis y Discusión de los resultados obtenidos

Es el procedimiento clave en el proceso enseñanza – aprendizaje en el cual se debaten en el aula de clase todos los aspectos relacionados a solucionar el problema contextualizado, generando así un conflicto cognitivo en los estudiantes. Esta actividad refuerza el aprendizaje de los estudiantes, así como su capacidad de análisis, lo cual constituye un aspecto fundamental dentro de su formación ingenieril. No obstante el docente debe estar llano a absolver las preguntas que se pudieran suscitar por parte de los estudiantes.

Nótese la naturaleza cíclica de los pasos seguidos en la metodología empleada en el presente trabajo de investigación, los cuales se esquematizan en la Figura 2:

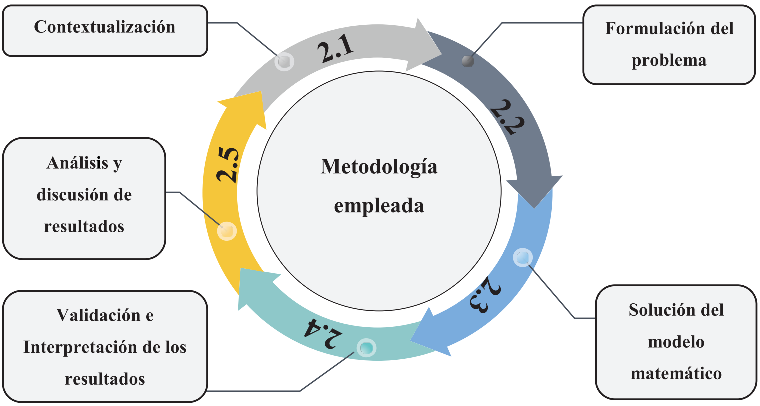

Figura 2. Metodología de modelación matemática contextualizados.

Cabe destacar que la aplicabilidad de la metodología que aquí se describe, si bien es cierto fue elaborada en primera instancia para cursos de ingeniería en todas las especialidades, la aplicación de la misma también se extiende para cursos de ciencias básicas (hoy llamados estudios generales, según el Artículo N. 41 de la nueva Ley Universitaria 30220) tales como cálculo diferencial e integral, estadística así como curso de ciencias como física y química.

A continuación, se explican los pasos de esta estrategia, aplicándola en un problema de la industria de procesamiento de minerales.

3. Modelación Matemática Contextualizada: Caso Aplicado a Conminución de Sólidos

3.1. Contextualización

Tal y como se hace referencia en la metodología del presente artículo de investigación, a continuación, se procede a la contextualización de un problema real que a menudo se da en las industrias. Principalmente ocurre en minería metálica y no metálica (en equipos como trituradoras y molinos, los cuales desprenden polvo fino, afectando de esta manera la salud del personal que opera dichos equipos). La sobrexposición al polvo respirable causa varias enfermedades de los pulmones. Algunos tipos de enfermedades de pulmón provocadas por inhalación de polvo se llaman por el término general “neumoconiosis”. Esto simplemente quiere decir “pulmón polvoriento”.

El objetivo principal de mostrar este problema es desarrollar en el docente de ciencias e ingeniería la habilidad de estructurar y modelar matemáticamente problemas del mundo real, pero contextualizándolos. El docente puede aplicar la propuesta metodológica que en este artículo se menciona a los diferentes temas de una asignatura en específico, preferiblemente cursos aplicados a la ingeniería. A continuación, se presenta el problema, así como su posterior aplicación metodológica de modelado y contextualización:

En la planta concentradora Berna N.º 2 (Compañía Minera Casapalca S.A.), la cual se encuentra ubicada en el distrito de Chicla (provincia de Huarochirí, departamento de Lima), se tienen tres equipos (en adelante equipos A, B y C) que operan con partículas finas, siendo una buena parte polvo fino. Lamentablemente, los tres equipos tienen una gran falla en su diseño (además de ser equipos antiguos), consistente en que mientras operan, hay un gran desprendimiento de polvo (se desprende un buen porcentaje de este). A pesar de que se le ha provisto al personal operario de mascarillas como una manera de protegerse del polvo, estos frecuentemente no lo usan. Por lo tanto, mientras el personal operario no use la mascarilla, respirará aire conteniendo dichos residuos afectando su salud.

Debe entenderse que cada uno de los tres equipos trabaja con sólidos cuyos rangos de tamaño se indican más adelante; sin embargo, solamente se desprende al ambiente el polvo fino. El polvo grueso, no se desprenderá con la misma facilidad que el polvo fino. Por otra parte, aun en el supuesto que algo de polvo grueso se desprenderá, los vellos nasales de los operarios le servirán como protección, no permitiendo que el polvo grueso atreviese las fosas nasales. Considerar que solamente el polvo fino (por debajo de 10 micras) perjudicarán la salud de los operarios, cuando no usan la mascarilla, ya que los vellos nasales no pueden retener el polvo fino, ingresando al interior de su organismo.

El **equipo A** opera con un sólido, cuyo análisis granulométrico se da en la Tabla 1:

Tabla 1
Análisis Granulométrico del Equipo A

Tamaño [μm]	Peso [g]
100	45
90	45
80	45
70	45
60	56
50	44
40	56
30	39
20	88.7

El **equipo B** trabaja con un sólido cuya distribución de tamaño puede ser expresado por el modelo GGS. Las constantes de dicho modelo son los siguientes: $x_o = 100\mu \wedge \alpha = 2$.

Mientras que el **equipo C** trabaja con un sólido cuyo tamaño puede ser representado por el modelo RR. Las constantes en dicho modelo son: $x_r = 40\mu \wedge a = 5$.

Se le solicita a usted como ingeniero(a) analizar y predecir cuál de los 3 equipos (A, B, C) se desprende más polvo fino, afectando de esta manera la salud de los operarios, mientras no usan la mascarilla.

Sustentar con los cálculos respectivos a partir de la data experimental proporcionada.

3.1.1. *Objetivo del problema*

El docente debe definir claramente el objetivo del problema, que para este caso consiste en determinar en cuál de los 3 equipos (A, B, C) se desprende más polvo fino de tamaño por debajo de , el cual afectará más la salud de los operarios mientras no usa mascarilla.

3.1.2. *Definición de la teoría que gobierna el problema*

Para el caso particular del presente problema planteado, el docente debe tener un amplio dominio de toda la teoría que gobierna el problema, tales como operaciones y equipos (principalmente trituradoras y molinos) en una planta concentradora, cómo se debe realizar un análisis granulométrico en el laboratorio (manejo de materiales y equipos) y los modelos matemáticos para realizar dichos análisis. A continuación, se muestran algunas imágenes sobre lo mencionado:

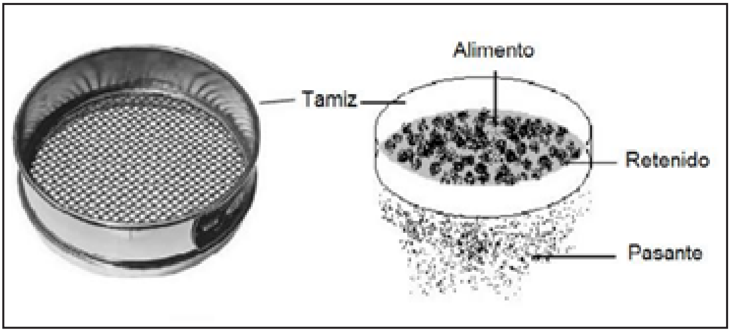

Figura 3. Tamices y proceso de tamizado. Tomado de "Evaluación de la influencia de las variables en la distribución granulométrica del producto de molienda por bolas de minerales mediante diseños experimentales", Zumaran Ferrofin, Diego Martin, 2017, p. 24. Recuperado de http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/3214/IMzufedm.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Figura 4. Equipo tamizador automático Ro-Tap y tamices. Tomado de "Evaluación de la influencia de las variables en la distribución granulométrica del producto de molienda por bolas de minerales mediante diseños experimentales", Zumaran Ferrofin, Diego Martin, 2017, p. 29. Recuperado de http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/3214/IMzufedm.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Figura 5. Circuito de chancado Planta Concentradora Berna Nº2. Tomado de "Informe de Suficiencia - Incremento de Tonelaje de la Planta Concentradora Berna Nº2 de la Cia. Minera Casapalca S.A." por Yaranga Ramos, J. R., 2009, p. 29. http://cybertesis.uni.edu.pe/bitstream/uni/11655/1/yaranga_rj.pdf

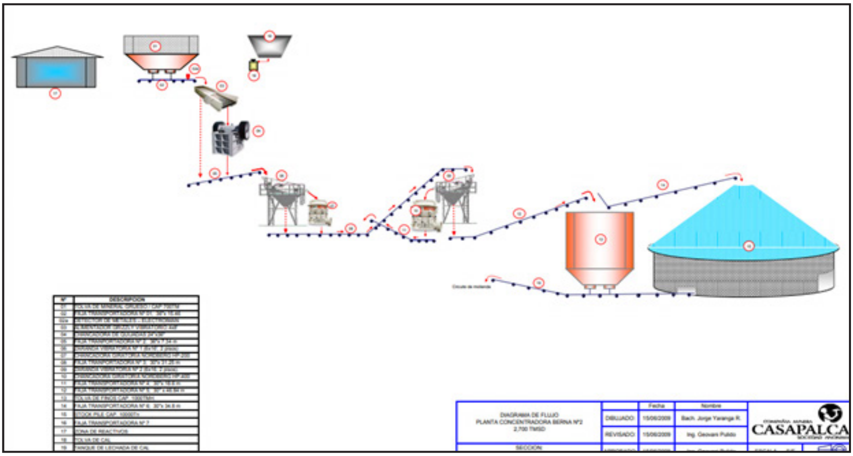

Figura 6. Flow Sheet Planta Concentradora Berna Nº2. Tomado de "Informe de Suficiencia - Incremento de Tonelaje de la Planta Concentradora Berna Nº2 de la Cia. Minera Casapalca S.A." por Yaranga Ramos, J. R., 2009, s.p. http://cybertesis.uni.edu.pe/bitstream/uni/11655/1/yaranga_rj.pdf

3.2. Formulación del problema

Tal y como se describió en la metodología, formular implica asociar la situación física del problema en términos netamente matemáticos (matematización), mediante ecuaciones que, en este caso, son los modelos GGS y RR que son las funciones de distribución por tamaño de partícula, siendo ambas las más utilizadas dentro de las técnicas experimentales en procesamiento de minerales. A continuación, se realiza la descripción en detalle de las mismas, así como de los parámetros involucrados.

3.2.1. *Representación matemática del análisis granulométrico*

Los resultados de un análisis granulométrico pueden ser generalizados y correlacionados por expresiones matemáticas denominadas “funciones de distribución de tamaños”. Estas relacionan el tamaño de partícula (abertura de malla) con un porcentaje en peso que generalmente es el acumulado retenido o el pasante.

Existen más de seis funciones de distribución de tamaño, pero como se mencionó anteriormente las más utilizadas en procesamiento de minerales son dos:

- Función de distribución de Gates Gaudin Schuhmann (GGS).
- Función de distribución de Rosin Rammler (RR).

3.2.2. *La distribución Gaudin-Schuhmann: Modelo GGS*

El modelo compara o relaciona los valores del porcentaje acumulado pasante F(x) con el tamaño de partícula o abertura de malla de la serie empleada (Montovani, Gimenes, Curvelo, & Scolin, 2000). De ese modo, la ecuación del modelo matemático propuesto es:

$$\mathbf{F(x) = 100.\left[\frac{x}{x_o}\right]^{\alpha}}$$

Donde:

F(x) = porcentaje (%) en peso acumulado pasante por cada malla.

x = tamaño de partícula en micrones.

x_o= módulo de tamaño, el cual corresponde al tamaño máximo de partícula de la muestra.

α= es el módulo de distribución, es indicativo de la amplitud de la distribución.

Tomando logaritmos y linealizando obtenemos:

$$\mathbf{logF(x) = log\left[\frac{100}{x_o{}^{\alpha}}\right] + n.log(x)}$$

En primera instancia realizamos cambios de variable, para posteriormente procesar los datos experimentales a través de una regresión lineal donde, finalmente, obtenemos:

$$\mathbf{Y(X) = A + B.X}$$

Dichos cambios de variables en el modelo GGS, así como en la función lineal, podemos resumirlo en la Tabla 2:

Tabla 2

Cambio de Variables para el Modelo Gaudin-Schuhmann GGS

Variable dependiente [Y]	**Variable independiente [X]**	**Pendiente de la recta [B]**	**Intercepto de la recta [A]**
$\mathbf{Y = logF(x)}$	$X = \log(x)$	B = n	$A = \log\left[\frac{100}{x_o{}^{\alpha}}\right]$

Revista STUDIUM VERITATIS, Año 16, N. 22, 2018 (pp. 105-136)

3.2.3. *La distribución Rosin-Rammler: Modelo RR*

El modelo Rosin-Rammler (RR) compara o relaciona los valores del porcentaje acumulado pasante F(x) con el tamaño de partícula o abertura de malla de la serie empleada (Vitez & Travnicek, 2011). La ecuación del modelo matemático propuesto es el siguiente:

$$\mathbf{F(x) = 100.\left[1 - e^{\left[\frac{x}{x_r}\right]^{a}}\right]}$$

Donde:

F(x) = porcentaje (%) en peso acumulado pasante por cada malla.

x_r = módulo de tamaño.

a = es el módulo de distribución.

a y x_r = son constantes.

Tomando logaritmos y linealizando obtenemos:

$$\mathbf{\log\left[\ln\left[\frac{100}{F(x)}\right]\right] = a.\log(x) - a.\log(\boldsymbol{x_r})}$$

De manera análoga como en el modelo GGS, primero realizamos cambios de variable, pero ahora en el modelo RR. Hecho esto, se pasará a procesar los datos experimentales a través de una regresión lineal donde finalmente obtenemos:

$$\mathbf{Y(X) = A + B.X}$$

Dichos cambios de variables en el modelo RR, así como en la función lineal, podemos resumirlo en la Tabla 3:

Tabla 3

Cambios de Variables para el Modelo Rosin-Rammler RR

Variable dependiente [Y]	Variable independiente [X]	Pendiente de la recta [B]	Intercepto de la recta [A]
$\mathbf{Y = \log\left[\ln\left[\frac{100}{F(x)}\right]\right]}$	$X = \log(x)$	$B = a$	$A = a.\log(x_r)$

3.3. Solución matemática del modelo para el equipo A

- **Aplicando el Modelo GGS**

A partir de la data experimental proporcionada en el problema, procedemos a construir la Tabla 4 en relación al análisis granulométrico.

Tabla 4

Análisis Granulométrico del Equipo A, según Modelo GGS

X Tamaño(µ)	W Peso (g)	%W Retenido	G(x) %W Acumulado Retenido	F(x) %W Acumulado Passing	logF(x)	Log(x)
100	45	9.70	9.70	90.30	1.956	2.000
90	45	9.70	19.41	80.59	1.906	1.954
80	45	9.70	29.11	70.89	1.851	1.903
70	45	9.70	38.82	61.18	1.787	1.845
60	56	12.08	50.89	49.11	1.691	1.778
50	44	9.49	60.38	39.62	1.598	1.699
40	56	12.08	72.46	27.54	1.440	1.602
30	39	8.41	80.87	19.13	1.282	1.477
20	88.7	19.13	100.00	0.00		1.301
	463.7					

A partir de los resultados de la Tabla 4 se procede a plotear en la Figura 7:

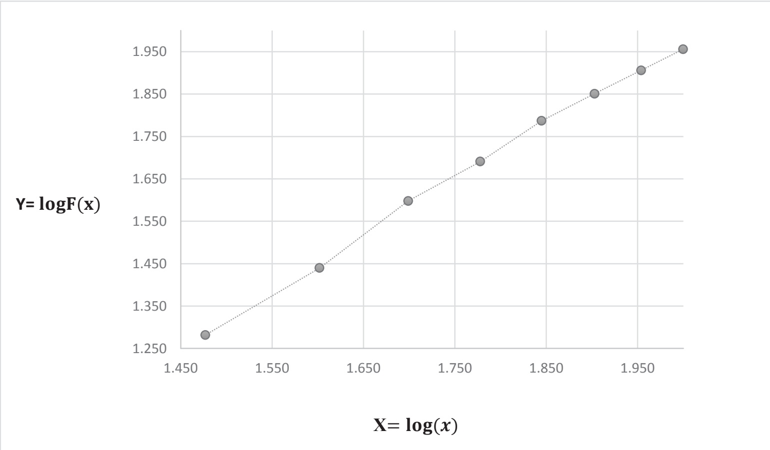

Figura 7. Gráfico de Análisis Granulométrico del Equipo A, según el modelo GGS.

A partir del Modelo GGS:

$$\log F(x) = \log\left[\frac{100}{{x_o}^{\alpha}}\right] + \alpha.\log(x)$$

Procedemos a calcular la ecuación de la recta y su coeficiente de regresión lineal respectivamente, a fin de cuantificar el grado de dispersión de los puntos de la recta dada según el modelo GGS.

$$y = 1.312x - 0.6507$$

$$r = 0.9985$$

Haciendo la analogía, hacemos el cálculo para la obtención de α y x_o

$$\alpha = 1.312 \quad \Lambda \quad \log\left[\frac{100}{x_o{}^{\alpha}}\right] = -0.6507$$

$$\frac{100}{x_o{}^{\alpha}} = 0.2235$$

$$x_o{}^{1.312} = 447{,}427$$

$$x_o = 104{,}8015\mu$$

- **Aplicando el Modelo RR**

A partir de la data experimental proporcionada en el problema, procedemos a construir la siguiente tabla de análisis granulométrico.

Tabla 5

Análisis Granulométrico del Equipo A, según Modelo RR

X Tamaño(µ)	W Peso (g)	%W Retenido	G(x) %W Acumulado Retenido	F(x) %W Acumulado Passing	logF(x)	Log(x)	$\log\left[\ln\left[\frac{100}{F(x)}\right]\right]$
100	45	9.70	9.70	90.30	1.956	2.000	-0.991
90	45	9.70	19.41	80.59	1.906	1.954	-0.666
80	45	9.70	29.11	70.89	1.851	1.903	-0.463
70	45	9.70	38.82	61.18	1.787	1.845	-0.308
60	56	12.08	50.89	49.11	1.691	1.778	-0.148
50	44	9.49	60.38	39.62	1.598	1.699	-0.033
40	56	12.08	72.46	27.54	1.440	1.602	0.110
30	39	8.41	80.87	19.13	1.282	1.477	0.218
20	88.7	19.13	100.00	0.00		1.301	
	463.7						

A partir de los resultados de la Tabla 5, se procede a plotear la Figura 8:

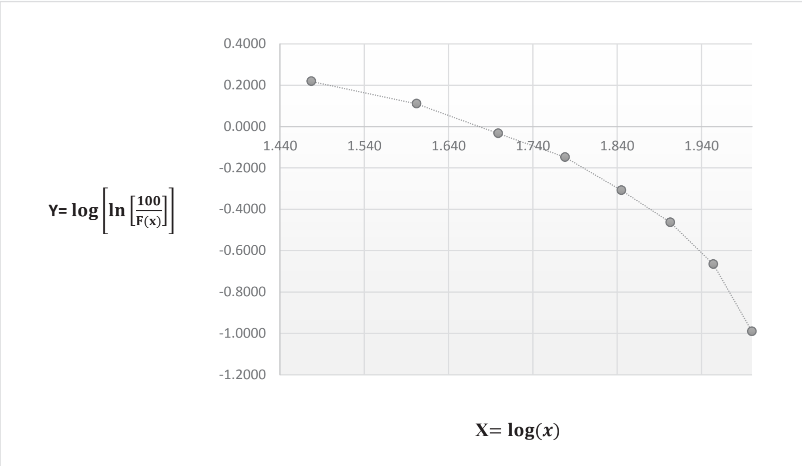

Figura 8. Gráfico de Análisis Granulométrico del Equipo A, según el modelo RR.

Procedemos a calcular la ecuación de la recta y su coeficiente de regresión lineal, respectivamente, a fin de cuantificar el grado de dispersión de los puntos de la recta dada según el modelo RR.

$$\log\left[\ln\left[\frac{100}{\mathrm{F(x)}}\right]\right] = \mathrm{a.\log(x) - a.\log(x_r)}$$

$$y = -21419x + 35328$$

$$r = -0.946$$

Ya no existe necesidad de hacer el cálculo de a y x_r, ya que su coeficiente de regresión resultó menor al obtenido en el modelo GGS.

Los procedimientos 3.4 de validación y 3.5 de análisis de la metodología propuesta en la presente investigación se muestran en los aparatados 4.1 y 4.2 respectivamente del presente trabajo.

3.4. Validación e interpretación de resultados

3.4.1. *Validación de resultados para los equipos A, B y C*

- *Para el equipo A*

Observamos que el modelo que mejor representa la data experimental es el Modelo GGS, dado que su coeficiente de regresión lineal es 0.998 mayor que el obtenido por el modelo RR cuyo coeficiente de regresión lineal obtenido fue de -0.946. Asimismo, el valor de x_o para el Modelo GGS nos resultó x_o =104.85µ.

Remplazamos en el Modelo GGS el valor de x=10µ para obtener su respectivo porcentaje acumulado pasante F(x).

$$F(x) = 100.\left[\frac{x}{104{,}815}\right]^{1{,}312}$$

Remplazando x=10u se obtiene: $$F(x) = 100.\left[\frac{10}{104{,}815}\right]^{1{,}312}$$

$$F(x) = 4.584\%$$

Quiere decir que, para el equipo A, el 4.584% del total de los sólidos que entraron al equipo tienen un tamaño de partícula menor que 10µ.

- *Para el equipo B*

$x_o = 100\mu \quad \alpha = 2$ Aplicamos el Modelo GGS (Condición del Problema)

$$F(x) = 100.\left[\frac{x}{100}\right]^2$$

Calculamos F(x) Para $x = 10\mu$

$$F(x) = 100.\left[\frac{10}{100}\right]^2 = 1.000\%$$

- *Para el equipo C*

$x_r = 40\mu \quad a = 5$ Aplicamos el Modelo RR (Condición del Problema)

$$F(x) = 100.\left[1 - e^{\left[\frac{-x}{40}\right]^5}\right]$$

Calculamos F(x) Para $x = 10\mu$

$$F(x) = 100.\left[1 - e^{\left[\frac{-10}{40}\right]^5}\right] = 0.098\%$$

3.4.2. *Interpretación de resultados para los equipos A, B y C*

- *Interpretación de los resultados obtenidos para el equipo A*

Concluimos que el modelo que mejor representa la data experimental para el equipo A es el Modelo GGS, dado que su coeficiente de regresión lineal es 0.998; mayor que el obtenido por el modelo RR. Sobre este último, su coeficiente de regresión lineal obtenido fue de -0.946 como se sabe dicho coeficiente nos mide el grado de dispersión de los puntos con respecto a la ecuación de la recta ajustada.

Asimismo, cabe resaltar que el valor de x_o (módulo de tamaño, el cual corresponde al tamaño máximo de partícula de la muestra) para el Modelo GGS nos resultó x_o=104.85μ, el cual es mayor a 100μ, dicho resultado es coherente y además indicativo de que nuestro modelo elegido es aceptable.

Remplazamos en el Modelo GGS el valor de x=10μ para obtener su respectivo porcentaje acumulado pasante F(x).

$$F(x) = 100\left[\frac{x}{104{,}815}\right]^{1{,}312}$$

$$F(x) = 100\left[\frac{10}{104{,}815}\right]^{1{,}312}$$

$$F(x) = 4.584\%$$

Quiere decir que para el equipo A el 4.584% del total de los sólidos que entraron al equipo tienen un tamaño de partícula menor que 10μ.

- *Interpretación del resultado para el equipo B*

F(x)=1%

Quiere decir que para el equipo B el 1% del total de los sólidos que entraron al equipo tienen un tamaño de partícula menor que 10μ.

- *Interpretación del resultado para el equipo C*

F(x)=0.098%

Quiere decir que, para el equipo C, el 0.098% del total de los sólidos que entraron al equipo tienen un tamaño de partícula menor que 10µ.

3.5. Análisis y discusión de los resultados

Considerando que a los 3 equipos (A, B, C) entran la misma masa total de sólidos, en el equipo A se desprendería más polvo fino, lo cual afecta la salud de los operarios mientras no usan la mascarilla.

Tal y como se solicita en el problema se ha sustentado, con los cálculos pertinentes, la solución al problema. De ese modo, el docente, además de verificar los resultados finales, debe promover e incentivar el análisis de los mismos, con la finalidad de desarrollar mayor capacidad de análisis en los estudiantes (ver Tabla 6).

Tabla 6

Resultados Finales F(x) Porcentaje Acumulado Passing para los tres equipos

Equipo	Porcentaje Acumulado Pasante [F(x) > 10%
A	4.584
B	1.000
C	0.098

4. Conclusiones y Sugerencias

4.1. Conclusiones

El presente artículo propone una estrategia metodológica basada en el marco científico actual sobre modelación. La estrategia, considerando los principales modelos matemáticos para la enseñanza en la ingeniería, favorece el desarrollo de habilidades para el modelado según el contenido trabajado, la técnica aplicada, el perfil del estudiante de ingeniería y las categorías didácticas del proceso de enseñanza - aprendizaje. Siguiendo esta misma estructura de ideas se realizan las siguientes conclusiones:

- En el estudiante, genera una mejor comprensión de los contenidos e incrementa el interés por el aprendizaje de las matemáticas. En el docente, favorece la conducción de la clase, ya que bajo la modelación puede determinar el tiempo de tratamiento del contenido matemático, el desarrollo de análogos y el retorno al modelo propuesto.
- Promueve la visión crítica del problema en la industria con el propósito de transformar su problemática, asumiendo actitudes investigativas actuales para la resolución de problemas, lo que garantiza un mejor análisis y solución de las situaciones presentadas.
- En el estudiante, promueve la investigación, puesto que le obliga a actuar, a crear conocimiento, a asumir una posición crítica, sobre todo en la formulación y valoración del modelo, lo cual permite una mayor comprensión del contenido propuesto.
- Ayuda al docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje, lo cual posibilita el conocimiento del avance del estudiante, las dificultades en el desarrollo de las actividades y el ajuste de los alcances de la evaluación.
- Posibilita al estudiante enfrentar tareas similares a las desarrolladas en el futuro ejercicio profesional.

4.2. Sugerencias

Se brindan sugerencias para que los estudiantes potencien el desarrollo de habilidades en la modelación matemática, las cuales se mencionan a continuación.

- El proceso de enseñanza-aprendizaje seguirá pautas en el desarrollo de actividades propias de la disciplina matemática relacionadas con el perfil del futuro ingeniero, lo que hará los conocimientos adquiridos y los modos de enseñar de diversos problemas impliquen la modelación matemática de un fenómeno cotidiano en el campo de acción del futuro profesional.
- En las asignaturas que involucran contenidos matemáticos en la ingeniería y los cursos integradores, deberá incluirse momentos de modelado matemático de un determinado proceso o fenómeno ocurrente en la industria. La finalidad de ello será permitir al estudiante desarrollar habilidades para la visión y toma de decisiones en la solución de dichos problemas.
- Crear actividades relacionadas con la especialidad que permitan al estudiante modelar, adaptar y aplicar lo aprendido cuando las condiciones varían en relación con el fenómeno dado.
- Aplicar la modelación en la enseñanza de las matemáticas en las carreras de ingeniería, considerando que el estudiante tiene saberes previos y ha adquirido habilidades para la solución de problemas, que implican el modelado de un fenómeno y su correcta solución.
- Promover el uso de métodos de participación durante el proceso de enseñanza, los cuales favorezcan el pensamiento crítico de los

estudiantes, a través de actividades investigativas relacionadas con la modelación matemática.

- Reformular el sistema de evaluación tradicional, ya que la aplicación del modelado matemático implica valoración diagnóstica, de proceso y de resultados, a fin de explorar los conocimientos adquiridos y las habilidades desarrolladas.

Referencias

Brito-Vallina, M., Alemán-Romero, I., Fraga-Guerra, E., Para-García, J., & Arias-de Tapia, R. (Mayo-agosto de 2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica, 14*(2), 129-139. Recuperado de http://scielo.sld.cu/pdf/im/v14n2/im05211.pdf

Camarena, P. (2012). La modelación matemática en la formación del ingeniero. *Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia, 5*(3), 1-10. doi: 10.3895/S1982-873X2012000300001

Camarena, P., Trejo, E., & Trejo, N. (2013). Las matemáticas en la formación de un ingeniero: la matemática en contexto como una propuesta metodológica. *Revista de Docencia Universitaria, 11*(Especial), 397-424. doi:https://doi.org/10.4995/redu.2013.5562

Deiros, F., & Álvarez Sánchez, J. A. (2002). Modelación Matemática y Optimización de sistemas: una propuesta docente metodológica. *Ingeniería Energética*, *23*(2), 71-74. Recuperado de http://rie.cujae.edu.cu/index.php/RIE/article/view/237/235

Fraga, D., & Calderon, R. (2001). La matemática para ingeniería: algunas propuestas metodológicas. Ponencia presentada en el Primer Congreso Iberoamericano de docentes de ingeniería y afines, La Habana.

Gómez, J. (2008). La ingenieria como escenario y los modelos matematicos como actores. *Modelling in Science Education and Learning, 1*(1), 3-9. doi:https://doi.org/10.4995/msel.2008.3128

Montovani, L., Gimenes, M., Curvelo, N., & Scolin, E. (2000). Linearização do modelo log-normal para distribuição de tamanho de partículas. *Acta Scientiarum, 22*(5), 1235–1239.

Nejad, N., & Bahmaei, F. (2012). Mathematical modelling in university, advantages and challenges. *Journal of Mathematical Modelling and Applications, 1*(7), 34-49. Recuperado de http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/3190/2202

Obando, J., Sánchez, J., Muñoz, L., & Villa-Ochoa, J. (2013). El reconocimiento de variables en el contexto cafetero y su contribución como modelos matemáticos. En G. Obando (ed.), *Memorias del 13. er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 453-459). Medellín, Colombia: Universidad de Medellín. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/2123/1/2.pdf

Rendón-Mesa, P., & Esteban, P. (2013). La modelación matemática en ingeniería de diseño. *Primer Congreso de Educacion Matematica de America Central y El Caribe*, (pp. 942-949). Santo Domingo, Republica Dominicana.

Romo-Vásquez, A. (2014). La modelización matemática en la formación de ingenieros. *Revista Educación Matemática*, 314-338. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/405/40540854016.pdf

Romo-Vásquez, A., Romo-Vásquez, R., & Vélez-Pérez, H. (2012). De la ingeniería biomédica al aula de matemáticas. *Revista Electrónica de Computación, Informática, Biomédica y Electrónica*, (1). Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/5122/512251559006.pdf

Stewart, J. (2002). *Cálculo. Trascendentes tempranas*. México, D. F., México: Thomson Learning

Vitez, T., & Travnicek, P. (2011). Particle Size Distribution of a Waste Sand From a Waste Water Treatment Plant With Use of Rosin–Rammler and Gates–Gaudin. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis, Lix* (3). Recuperado de https://acta.mendelu.cz/media/pdf/actaun_2011059030197.pdf

Yaranga Ramos, J. R. (2009). *Informe de Suficiencia - Incremento de Tonelaje de la Planta Concentradora Berna Nº2 de la Cia. Minera Casapalca S.A.* (Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú). Recuperado de http://cybertesis.uni.edu.pe/bitstream/uni/11655/1/yaranga_rj.pdf

Zumaran Ferrofin, D. M. (2017). *Evaluación de la influencia de las variables en la distribución granulométrica del producto de molienda por bolas de minerales mediante diseños experimentales* (Tesis de pregrado, Universidad Nacional San Agustín de Arequipa, Arequipa, Perú). Recuperado de http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/3214/IMzufedm.pdf?sequence=1&isAllowed=y